

М.В.Коростелева

Использование математического программирования при обосновании государственных капиталовложений

Данная статья посвящена анализу особенностей принятия инвестиционных решений на государственном уровне и возможностей применения стандартных методов в условиях риска. Показано, что для решения задач по отбору рискованных инвестиционных альтернатив, в которых оказывается неизвестным заранее один из показателей, можно использовать квадратичное программирование, однако более простым методом в данном случае является линейное программирование. На примере набора рискованных инвестиционных проектов с коррелируемыми доходами, рассматриваемых муниципалитетом, продемонстрировано решение линейной экстремальной задачи по выбору инвестиционных альтернатив с целью снижения их общего риска.

Ключевые слова: инвестиции, инвестиционный проект, муниципалитет, органы государственной власти, квадратичное программирование, линейное программирование, экстремальная задача

M. V. Korosteleva

Using of mathematical programming in justifying public investment

This article is devoted to the analysis of features of the investment decision-making at the state level, and the scope of standard methods under the risk. It is shown that for the solution of problems on the selection of risk investment alternatives, which is unknown in advance is one of the indicators that can be used quadratic programming, but a simpler method in this case is linear programming. On the example a set of risky investment projects with the correlated income considered by the municipality the solution of the linear extreme problem of choice of investment alternatives in order to reduce their overall risk is shown.

Keywords: investments, investment proposal, municipality, public authorities, quadratic programming, linear programming, optimization problem

В нашей статье, посвященной формированию инвестиционных программ городской администрации [5], мы подробно рассмотрели методы отбора альтернатив по критерию максимизации дохода, получаемого от реализации инвестиционных проектов. Однако привлекательность инвестиционных проектов органов государственной власти целесообразно оценивать не столько с точки зрения получения максимального дохода, сколько с точки зрения минимизации рисков их исполнения.

Сокращения рисков по определенным инвестиционным проектам можно добиться, в том числе, при помощи диверсификации.

«Диверсификация означает параллельное осуществление нескольких инвестиционных проектов, полезные результаты которых реализуются на разных рынках, и совместное осуществление этих проектов позволяет снизить риски их исполнения» [2, с.206].

Если рассматривается параллельное осуществление проектов с коррелируемыми доходами, для выбора инвестиционных альтерна-

тив можно использовать метод квадратичного программирования, позволяющий найти оптимальное решение с точки зрения снижения риска. Квадратичный критерий принятия решения для планирования инвестиционной деятельности органов государственной власти, например, муниципалитета, теоретически привлекателен, но труден для вычислений в том случае, если требуемая ожидаемая доходность инвестиций заранее неизвестна, а задается в виде параметра. В данной статье показаны преимущества квадратичного подхода и в качестве альтернативы рассматривается линейная задача, которая при сохранении большинства привлекательных особенностей квадратичных моделей, может быть легко решена с помощью привычного метода параметрического линейного программирования. Привычная детерминистическая модель, однако, не предполагает наличия условий неопределенности,* и может привести к та-

* В данной статье термин «неопределенность» используется для обозначения ситуаций, в которых информация о будущих состояниях ограничена оценками как возможных ре-

кому инвестиционному плану, который неприемлем для муниципалитета на основе предыдущего опыта. В моделях линейного программирования неопределенность может возникать в прогнозных значениях затрат, доходов и цен, связанных с инвестиционной деятельностью, в значениях потребностей в фиксированных ресурсах, а также в общем уровне ограничений по бюджету.

Данная статья касается неопределенности в связанных с инвестиционной деятельностью затратах, доходов и цен, которые оказывают влияние на целевую функцию привычной модели линейного программирования. Под этой неопределенностью обычно понимается неопределенность в валовой прибыли (валовой доход за минусом переменных издержек). Квадратичное программирование для портфельного анализа может быть предложено как полезный метод для учета неопределенности валовой прибыли в планировании инвестиционной деятельности органов государственной власти (подробнее о квадратичном программировании для портфельного анализа см., например, в [4]).

программирование предполагает, что кривые безразличия являются выпуклыми, т.е. что инвестор является несклонным к риску (рис. 1). Таким образом, вдоль каждой кривой безразличия $d\mu/d\sigma > 0$ (инвестор предпочитает стратегию с более высоким значением σ только, если значение μ тоже более высокое), и $d^2\mu/d\sigma^2 > 0$ (эта производная должна увеличиваться с большим темпом, чем увеличивается σ). Можно показать, что этого достаточно для того, чтобы функция полезности дохода была квадратичной и вогнутой для выполнения этого условия.

При этих предположениях инвестор будет рационально ограничивать свой выбор между теми планами, которым соответствует минимальное стандартное отклонение при данном уровне ожидаемого дохода. Целью квадратичного программирования является установить множество допустимых инвестиционных планов, имеющих свойство, согласно которому σ является минимальным при соответствующем уровне ожидаемого дохода μ . Такие планы называются эффективными μ/σ -параметрами и определяют эффективную границу мно-

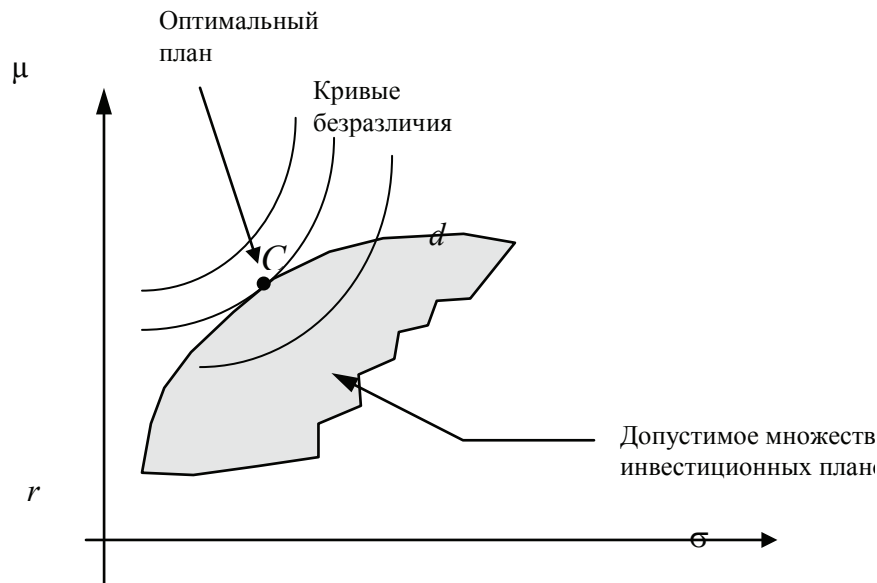


Рис. 1. Оптимальный инвестиционный план.

Квадратичное программирование

Критерий ожидаемый доход/стандартное отклонение (μ/σ -критерий), используемый при решении задач квадратичного программирования, предполагает, что муниципалитет определяет предпочтения среди альтернативных инвестиционных планов исключительно на основе их ожидаемых доходов μ и соответствующего доходу стандартного отклонения σ . Это будет действительно так, если муниципалитет имеет μ/σ -функцию полезности (см., например, [4]). Кроме того, квадратичное

зультатов, так и их относительной повторяемости.

жества допустимых инвестиционных планов (линия g-C-d на рис. 1).

Напомним, что «...решения о капиталовложениях, принимаемые городской администрацией, как правило, принимаются в условиях жесткого ограничения по бюджету, что в свою очередь предполагает принимать положительные решения о реализации только среднесрочных проектов» [5, с.33]. Поскольку модели среднесрочного планирования предполагают постоянство накладных расходов в течение всего планового периода, распределение дохода в инвестиционном пла-

не полностью определяется распределением общей валовой прибыли. Следовательно, модель квадратичного программирования может быть выражена в терминах валовой прибыли от инвестиционной деятельности с параметром в правой части (переменное ограничение на ожидаемое значение общей валовой прибыли). «В том случае, если параметр в задаче характеризуется определенной функцией распределения, можно оценить вероятность реализации диапазона параметра» [6, с. 156].

При данном множестве эффективных инвестиционных планов приемлемость любого из них для муниципалитета будет зависеть от его предпочтений относительно различных значений ожидаемого дохода и соответствующего уровня дисперсии, которые описываются функцией полезности. Если эта функция может быть определена, то может быть и точно определен единственный инвестиционный план, который соответствует наивысшей полезности муниципалитета.

Задача квадратичного программирования требует знания средней валовой прибыли от каждого вида деятельности (μ_j , $j = 1 \dots n$) и соответствующих дисперсий и ковариаций (σ_{jk} , $j = 1 \dots n$, $k = 1 \dots n$). Поскольку значения этих показателей неизвестны, необходимо получить их оценки с использованием временных рядов или многомерных статистических данных о наблюдаемых значениях валовой прибыли.

В результате мы определим значение общей валовой прибыли, получаемой по определенному инвестиционному плану, оцененную с помощью наблюдаемых значений валовой прибыли для каждого наблюдения, и общую валовую прибыль, получаемую по тому же самому инвестиционному плану, оцененную с помощью выборочных средних значений валовой прибыли. Дисперсия дохода может быть, следовательно, вычислена с помощью выборочных данных либо косвенно, с использованием распределения валовой прибыли от отдельных видов деятельности, либо непосредственно из выражения для дисперсии.

Преимущества μ/σ -критерия: μ/σ -критерий привлекателен, в частности, для исследований в области принятия инвестиционных решений по следующим причинам:

а) этот критерий согласуется с положениями теории вероятностей в части вероятности получения разного уровня доходов по данному инвестиционному плану. Если общая валовая прибыль распределена по нормальному закону,* и если показатели дисперсии/кова-

риации являются детерминированными или субъективными, то для расчетов можно пользоваться статистическими таблицами;

б) общая дисперсия σ^2 полностью определяется отдельными коэффициентами дисперсия/ковариация, и если доступны субъективные значения этих параметров, дисперсия легко определяется по выборке из наблюдаемых значений валовой прибыли;

в) этот критерий согласуется с теоремой разделения (см., например, [1]) и обеспечивает более общее решение проблемы диверсификации инвестиционной деятельности в условиях риска.

Проблемы возникают именно в сложности применении этого критерия при решении задачи квадратичного программирования с параметром в ограничении. Следовательно, необходим альтернативный критерий, который позволит сократить трудозатраты при расчетах. Альтернативой может выступить критерий ожидаемого дохода/абсолютного стандартного или среднеквадратичного отклонения (СКО) дохода (μ/σ -критерий).

Критерий ожидаемого дохода/абсолютного стандартного отклонения дохода.

В предположении, что доступны те же выборочные данные, абсолютное СКО дохода (обозначаемое σ) может быть определено как несмещенная оценка СКО по генеральной совокупности.

Используя σ в качестве меры риска, логично рассматривать μ и σ как критические параметры при выборе инвестиционного плана и определять эффективные инвестиционные планы как те, при которых достигается минимальное значение σ при заданном уровне μ .

μ/σ -критерий имеет высокое преимущество по сравнению с μ/σ -критерием в том смысле, что его использование приводит к задаче линейного программирования при определении эффективных инвестиционных планов.

Решая задачу линейного программирования стандартным симплекс-методом, применяемым для решения задач с параметром в правой части (см, например, [3]), мы получим множество инвестиционных планов, которые являются эффективными с точки зрения соответствующих значений μ и σ .

Пример.

В качестве условного примера рассмотрим четыре вида инвестиционной деятельности - четыре инвестиционных проекта по установке ветрогенераторов постоянного или переменного тока с последующим преобразованием его с помощью трубчатых электронагревателей в тепло для обогрева жилья и получения горячей воды в регионе: проект 1 планами, а также валовая прибыль от отдельных видов деятельности не зависит от времени

*Общая валовая прибыль по инвестиционному плану распределена по нормальному закону, если валовая прибыль от отдельного вида деятельности имеет нормальное распределение. Это является необходимым условием, и центральная предельная теорема применима, когда достаточное количество видов деятельности определяется инвестиционными

(площадь земли, отводимой под ветрогенераторы, примем за x_1), проект 2 (площадь земли, отводимой под ветрогенераторы, примем за x_2), проект 3 (площадь земли, отводимой под ветрогенераторы, примем за x_3) и проект 4 (площадь земли, отводимой под ветрогенераторы, примем за x_4). В качестве ограничений будем рассматривать общую площадь земли в гектарах, равную 200 га, и затраты рабочего времени в часах – их суммарное значение равно 10000 часов, а на осуществление каждого проекта отводится по 25, 36, 27 и 87 часов соответственно. Также существует ограничение, которое предполагает, что общая площадь, отводимая под ветрогенераторы по проектам 2 и 4, должна быть не больше общей площади, отводимой под ветрогенераторы по проектам 1 и 3.

Предположим, что имеются данные из соседних регионов о прибыли, полученной от работы аналогичных ветрогенераторов той же мощности за 6 лет (табл. 1).

Таблица 1
Валовая прибыль, полученная от работы ветрогенераторов (руб/га)

Прибыль \ Год	st1	st2	st3	st4
t1	17520	-7680	25200	34740
t2	10740	33600	11220	38340
t3	6840	38880	21960	22740
t4	14820	32640	14940	55440
t5	25560	10920	19320	300
t6	15540	51000	9540	34140
Среднее (sj)				
15170	26560	17030	30950	

На основе имеющихся исходных данных можно сформулировать и решить задачу линейного программирования с параметром в правой части. Изменяя значения параметра Θ , мы можем получить оптимальный инвестиционный план установки ветрогенераторов.

Результаты решения задачи представлены в табл.2.

ЛИТЕРАТУРА

1. Воронцовский А.В. Инвестиции и финансирование: методы оценки и обоснование. – СПб: Изд-во СПбГУ, 2003. – 528с.
2. Воронцовский А.В. Управление рисками. – СПб: Изд-во СПбГУ, 2005. – 482с.
3. Конюховский П.В. Математические методы исследования операций в экономике. – СПб: Изд-во СПбГУ, 2008. – 395с.
4. Коростелева М.В. Методы анализа рынка капитала. Учебное пособие для студентов экономических специальностей. – СПб: «Питер», 2003 – 144с.
5. Коростелева М.В. Особенности применения экономико-математических методов при формировании инвестиционных программ городской администрации // Государственный советник. 2014. №3(7). С.32-37.
6. Холодкова В.В. Оценка эффективности деятельности предприятия с использованием моделей параметрического линейного программирования // Вестник ВГУ. Серия: экономика и управление. 2016. №1.

Таблица 2
Результаты решения задачи линейного программирования при различных значениях ожидаемого значения общей валовой прибыли

x, га \ Θ , руб.	x1	x2	x3	x4
4677490	0	27,45	100	72,55
4651740	15,26	26,85	84,74	73,15
4639740	18,77	28,098	81,23	71,90
4414440	32,89	28,06	81,42	57,63
3766140	72,31	26,83	83,698	17,16

Таким образом, для того чтобы при данных значениях ожидаемого значения общей валовой прибыли добиться минимального риска, необходимо отводить под ветрогенераторы по каждому из проектов площади, размеры которых получены при решении задачи.

Выводы

Необходимо подчеркнуть, что вышеизложенное имеет смысл только в том случае, если генеральная совокупность возможных доходов по инвестиционным планам обладает нормальным распределением, и если оценки μ и σ основываются исключительно на выборочных данных. Эти требования не являются невыполнимыми на практике. Большинство инвестиционных ситуаций, которыми объясняется сложность техники программирования, должны, вероятно, включать в себя достаточное количество видов деятельности, чтобы выполнялись условие нормальности распределения и центральная предельная теорема. Представляется логичным сделать вывод о том, что модель может являться привлекательной вычислительной процедурой для нахождения эффективных инвестиционных планов, поскольку она приводит к гораздо меньшим проблемам при расчетах, осуществляемых органами государственной власти. Предлагаемый критерий имеет полезные свойства для принятия решений муниципалитетом в области исследований и для целей расширения инвестиционной деятельности.

С.153-157).

7. Federal'nyj zakon ot 29.12.2012 N 273-FZ "Ob obrazovanii v Rossijskoj Federacii" URL: http://www.consultant.ru/document/cons_doc_law_140174/ (data obrashcheniya: 29.12.2015).

Информация об авторе:

Коростелева Мария Вячеславовна
(Россия, г. Санкт-Петербург)
Доцент по кафедре экономической кибернетики
Кандидат экономических наук
Доцент кафедры экономической кибернетики
Санкт-Петербургский государственный университет
E-mail: koro-va3@yandex.ru

Information about the author:

Kozyrev Maksim Sergeevich
(Russia, Moscow)
PhD in Philosophical Sciences,
Associate Professor
of the Department of state, municipal management
and social engineering
Russian State Social University
E-mail: max-han@yandex.ru